CHAPITRE EM1

Electrostatique

On commence ici le thème **électromagnétisme**.
Dans ce chapitre, on va s'intéresser au champ électrique en faisant l'hypothèse qu'il est indépendant du temps. On parle alors de champ électrostatique.

I - Charge et champ électrique

I.A - Charge électrique et interaction de Coulomb

Rappels : la charge est une propriété des particules chargées. Elle est :

- ▷ extensive ;
- ▷ conservative : elle ne peut être créée ni détruite, seulement transportée ou échangée ;
- ▷ quantifiée : elle sera toujours un multiple de la charge élémentaire $e = 1,6.10^{-19}$ C. Cependant, en pratique à l'échelle mésoscopique, on considérera la charge comme continue.

Loi de Coulomb

Soient M_1 et M_2 deux particules chargées ponctuelles :

I.B - Champ électrique

Définition (Champ électrique)

Soit une particule *test* de charge q_0 maintenue immobile en M. Elle subit de la part des autres charges une résultante $\overrightarrow{F_{elec}}$.
On définit le champ $\overrightarrow{E}$ comme

Remarque
On voit que le champ électrique est défini par la force de Lorentz électrique !

Conséquence : champ créé par une charge ponctuelle

Le champ créé par une particule ponctuelle de charge q placée en P est

Démonstration

Théorème de superposition

Le champ électrique total créé par un ensemble de charges est la somme des champs créés par chaque charge prise individuellement.

Remarque

On a alors le champ créé par un ensemble de particules ponctuelles de charge $\{q_i\}$ placées en $\{P_i\}$

Et si les charges sont continument réparties ?

I.C - Distribution de charges

Définition (Densité volumique de charge)

Remarque

Pour des géométries avec une ou 2 dimensions négligeables devant les autres, on va proposer des modélisation simplifiées :

Distribution surfacique et densité surfacique de charge

Lien avec la distribution volumique

Distribution linéique et densité linéique de charge

Lien avec la distribution volumique

II - Des propriétés des distributions à celles du champ électrostatique

II.A - Symétries de la distribution $\Rightarrow$ direction du champ

Principe de Curie $\star\star\star$

Les symétries présentes dans les causes doivent se retrouver dans les conséquences.
$\Rightarrow$ ici, les symétries sur la distribution de charge se retrouvent sur le champ $\overrightarrow{E}$ créé par ces charges.

Remarque
La réciproque est fausse : si la conséquence a des symétries, elles ne se retrouvent pas forcément sur la cause.

Définition (Plan de symétrie de la distribution de charge)

Le plan Π_s est plan de symétrie de la distribution de charge si

Conséquence sur le champ $\overrightarrow{E}$

On considère une distribution $\mathcal{D}$ possédant un plan de symétrie Π_s.
Soient M et M' deux points de l'espace symétriques l'un de l'autre par rapport au plan Π_s.
Alors

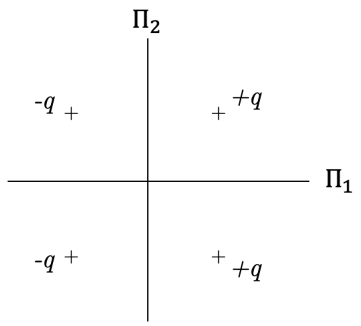
Définition (Plan d'anti-symétrie de la distribution de charge)

Le plan Π_a est plan d'anti-symétrie de la distribution de charge si

Conséquence sur le champ $\overrightarrow{E}$

On considère une distribution $\mathcal{D}$ possédant un plan d'anti-symétrie Π_a.
Soient M et M' deux points de l'espace symétriques l'un de l'autre par rapport au plan Π_a.
Alors

Application



Déterminer la direction de $\overrightarrow{E}$ pour les points appartenant aux plans Π_1 et Π_2.

Dans nos exercices, les sytèmes seront « à haut degré de symétrie », c'est-à-dire qu'on pourra déterminer la direction de $\overrightarrow{E}$ pour tout point M de l'espace juste avec des études de symétrie.

Méthode - Déterminer la direction de $\overrightarrow{E}$

Application

1. On considère un plan infini uniformément chargé en surface. Déterminer la direction du champ $\overrightarrow{E}$ créé par cette distribution.
2. On considère un cylindre infini uniformément chargé en volume. Déterminer la direction du champ $\overrightarrow{E}$ créé par cette distribution.

II.B - Invariances de la distribution $\Rightarrow$ variables du champ

Invariance de la distribution

Si la distribution de charge ne dépend pas de certaines variables, le champ électrostatique n'en dépendra pas non plus.

Remarque
Pour déterminer de quelles variables dépend la distribution de charge, on cherche les invariances par rotation et translation :

- ▷ si par une translation le long d'un axe (Oz), la distribution reste la même, elle ne dépend pas de la variable z
- ▷ si par une rotation autour d'un axe, la distribution reste la même, elle ne dépend pas de la variable d'angle qui repère la rotation autour de l'axe (souvent θ en cylindrique autour de l'axe cartésien)
- ▷ si par une rotation autour d'un point, la distribution reste la même, elle ne dépend pas des deux variables d'angle qui repèrent la rotation autour du point (souvent θ et φ en sphérique autour du point origine)

Application
On reprend les distributions de charge de l'application précédente. De quelle(s) variable(s) dépend le champ électrostatique ?

III - Flux du champ électrique : théorème de Gauss

III.A - Théorème de Gauss

Le théorème de Gauss est la méthode qu'on utilisera majoritairement pour déterminer un champ électrostatique.

Définition (Surface fermée)

Exemples

Théorème de Gauss

Méthode - Calcul de $\overrightarrow{E}$ via le théorème de Gauss

III.B - Exemple : champ créé par une sphère uniformément chargée en volume

III.C - Exemple : champ créé par un cylindre infini uniformément chargé en volume

III.D - Exemple : champ créé par un plan infini chargé en surface

Condition de validité de l'hypothèse de plan infini

III.E - Analogie gravitationnelle

Electrostatique	Gravitation
Force de Coulomb	Force de Newton
Théorème de Gauss	Théorème de Gauss gravitationnel

Application - à la maison
Déterminer le champ gravitationnel $\vec{g}(M)$ créé par une planète de centre O et de masse volumique μ_0 uniforme.

IV - Circulation du champ électrostatique : potentiel électrostatique

Définition (Potentiel électrostatique)

En **statique**, on appelle potentiel électrostatique le champ scalaire V le champ scalaire tel que

Remarque ⚠

Remarque

- V a les mêmes invariances que $\overrightarrow{E}$
- dès qu'on définit une grandeur en reliant sa dérivée à une grandeur connue, se pose la question de la constante d'intégration
  $\Rightarrow$ V sera toujours défini en posant sa valeur en un point donné
- V est continu SAUF au niveau de charges ponctuelles ou linéiques.

IV.A - Calcul du potentiel à partir du champ électrostatique

Définition (Circulation d'un champ vectoriel)

Lien entre V et la circulation de $\overrightarrow{E}$

La circulation du champ $\overrightarrow{E}$ le long de n'importe quel contour reliant les points A et B ne dépend que du potentiel en A et B :

Démonstration

Remarque

▷ Si le contour est fermé (=forme une surface), on a

$$\oint \overrightarrow{E}.d\overrightarrow{\ell} = \int_{\overset{\frown}{AA}} \overrightarrow{E}.d\overrightarrow{\ell} = V(A) - V(A) = 0$$

On dit que $\overrightarrow{E}$ est à circulation conservative.

▷ Si $\overrightarrow{E}$ a une direction simple, il est parfois plus rapide de projeter le gradient sur cette direction et d'intégrer pour trouver V que de passer par la circulation (au final, cela revient au même)

Potentiel créé par des charges ponctuelles

Démonstration

IV.B - Energie potentielle coulombienne

Rappel - la force de Lorentz électrique est conservative et dérive d'une énergie potentielle liée au potentiel électrostatique :

Démonstration

IV.C - Capacité d'un condensateur plan infini

Définition (Condensateur)

Un condensateur est constitué de deux armatures conductrices se faisant face et séparées par un isolant.

On se place ici dans le cas où les armatures sont planes et de surface S très grande devant la distance inter-amature au carré, ce qui permettra de les considérer infinies. L'isolant sera le vide.

IV.C.1 - Champ électrique

Champ électrostatique créé par un condensateur

Pour un condensateur plan infini, le champ $\overrightarrow{E}$ est nul à l'extérieur du condensateur, et uniforme à l'intérieur, dirigé de l'armature chargée positivement vers l'armature chargée négativement et de norme $||\overrightarrow{E}|| = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Démonstration

Rappel - champ créé par un plan infini chargé en surface :

$$\overrightarrow{E} = \begin{cases} -\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\overrightarrow{u_z} & \text{pour } z > 0 \\ \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\overrightarrow{u_z} & \text{pour } z < 0 \end{cases}$$

IV.C.2 - Capacité du condensateur

Définition (Capacité d'un condensateur)

On appelle capacité d'un condensateur la grandeur C telle que

$$Q = CU$$

où Q est la charge absolue des armatures et U la tension entre les deux armatures.

Capacité d'un condensateur plan infini

Pour un condensateur plan infini, on a

Démonstration

V - Topographie du champ électrostatique

V.A - Lignes de champ

Définition (Ligne de champ)

Une ligne de champ est une courbe en tout point tangente au champ vectoriel et orientée dans le sens du champ.

Propriétés des lignes de champ électrostatique

- Orientation des lignes

Propriétés des lignes de champ électrostatique - suite

- Croisement de lignes de champ
- Non fermeture des lignes de champ
- Resserrement des lignes dans une zone vide de charge

V.B - Surface équipotentielle

Définition (Surface équipotentielle)

Propriété des surfaces équipotentielles

- Lien avec les lignes de champ de $\overrightarrow{E}$:
- Resserrement des surfaces équipotentielles